

**総研大グループ研究、”新分野の開拓”小グループ”経済学”  
第9回研究会**

11月19日4時－4時45分

カレンシーオーバーレイの実戦における問題点の提起、および最適ヘッジ戦略

住商キャピタルマネジメント 上級顧問 森谷博之

## 始めに

年金基金などの資金を順次積み立てていく機関投資家が巨大化すると、その資金はその地域経済が必要とする以上となり、その地域経済の外に出て行かざるを得ない。そのような現象のひとつとして海外証券投資がある。一般的に経済と基金の成熟度が増すと海外投資の比率が高くなる。この比率が数十%であれば、海外投資は分散としての効果を齎すが、50%を超えると為替レートの影響を大きく受けるようになる。そのために海外投資の一部、またはすべてが為替レートの動きに対してヘッジされるべきであるという考えが生まれる。そのヘッジ戦略の一つとしてオプションの複製がある。為替レートが上昇した時にはその利益を享受し、下落した時にはその影響を極力避けようとする戦略である。このような戦略はポートフォリオインシュランスとも呼ばれる。一般的にはブラックショールズ(BS)モデルが用いられるが、実際の為替レートの動きはモデルが前提とする市場と違うため、さまざまな弊害が生まれる。このような弊害はモデルが発表された当時から問題になり、その問題を解決すべく多くのモデルが発表された。ただし、どのような解決策もモデルの前提条件がやはり現実から大きく乖離しているために完全ではない。特にグローバル投資のような長期の為替ヘッジでは逆に更なる弊害となることもある。これらの原因にはトレンド、ファットテイルの存在そして時間スケールによる異なる分布などの市場の特質から来るものと満期の存在、ガンマの時間依存性などのモデル側から来る問題が考えられる。BSモデルを短期運用で用いると結果は比較的良好である。その原因は高いガンマにある可能性がある。その観点から、時間依存性の無いブレイクアウトオプションモデルを開発した。このモデルではガンマの調節が自由であるため、高いガンマを得ることができる。ただし、この戦略は純張りの高ガンマ戦略となるため、トレーダーには精神的な負担となる。今後、そのための解決策が必要となる。

## カレンシーオーバーレイ

世界の金融資産に投資するグローバル分散投資では、各資産への投資比率は外貨建て資産に対する為替ヘッジを行わないことを前程に算出されることが多い。その結果として多くの資金が外貨建て資産に配分されれば、為替レートの変動が投資収益全体に与える影響は大きくなる。たとえその資産配分が合理的であったとしても、急激な為替レートの変動による資産価値の減少を食い止めたいと思うことは当然のことである。また逆に、この為替レートの変動を収益機会と捕らえることもできる。外株、外債の運用会社には為替リスクの管理も任せることはひとつの選択肢である。しかし、複数の運用会社には為替ヘッジを任せると、それぞれが独自のヘッジポジションを持つために、取引費用の増加を生じることになりかねない。また、たとえ優れた外株、外債の運用会社であっても為替ヘッジに関して専門性が高いとは限らない。そのため、オペレーションの効率化とパフォーマンスの向上には為替ヘッジ（運用）を専門にしたカレンシーオーバーレイマネージャーにすべてを一任するほうが得策であるという考え方が生まれた。すでに存在する外貨建て資産に覆いかぶせるようにヘッジ（運用）プログラムを実行することからオーバーレイという用語が用いられている。

為替リスク回避の方法としては、ヘッジ比率を固定しているものが主流である。外国為替の先渡し契約を売ることで為替レートが逆の方向に動くリスクを回避しようとするものである。この場合ヘッジを実行する際の取引費用と国内と国外の金利差を考慮しておけば、ほぼ理論どおりの為替変動リスクの軽減が得られる。フルヘッジと呼ばれるすべての為替リスクを取り除く戦略が一般的である。しかし、金利の裁定が働き外貨建債券の金利収入は自国通貨建て債券の金利収入と変わらないものになってしまう。また、外貨の価値が上昇している局面においてもその利益を享受することはできない。

特に米国において、カレンシーオーバーレイマネージャーの採用が増えている。それは、彼らのリスク管理能力と運用能力に優れたものがあるからである。このようなマネージャーは2つのグループに分けることができる。1つは利益追求型。もう1つはリスク管理型である。利益追求型のマネージャーは、為替市場が非効率的であるという前提のもと、リスク許容範囲の枠組みの中で、積極的にリスクを取り、将来を予測することで高い投資収益を狙う。このように将来を予測することで利益をあげるマネージャーをアクティブマネージャーと呼ぶ。為替市場は24時間取引可能で、かつ高い流動性を持つという利点を持ちながらも、市場の参加者がさまざまな目的を持ち、市場ごとに需給関係が異なるために、突発的な価格変動などの対処の難しい特性を持っている。為替レートの動きが合理的でないなら、ヘッジ戦略の組み方次第では超過収益が得られるはずである。

一方、リスク管理型のマネージャーの目的は為替レートの変動による外貨建て資産の価値の減少を抑えることである。パッシブと呼ばれる将来の予測を排除した為替レート反応型の戦略を採用することが多い。代表的なものはオプションペイオフの複製である。ただし、純粋にリスク管理型と呼ばれるカレンシーオーバーレイマネージャーは少なく、ヘッジ効果を高めるために利益追求型とリスク管理型の間位置するものが多い。利益追求型のカレンシーオーバーレイは保合い相場で特に効果が大きく、リスク管理型のマネージャーはトレンドを伴った相場で威力を発揮すると言われている。どちらにしてもマネージャーの90%が方向性のある市場から利益を得るトレンドフォロー型である。逆パリの手法は補足的に用いられている。

カレンシーオーバーレイマネージャー採用の注意点は、予期せぬ出来事による思わぬ損失の可能性である。オプション複製における予期せぬボラティリティの上昇はヘッジ費用の上昇を招き、アクティブに選択された通貨ポートフォリオが予想とは逆の方向に動けば大きな損失となる。原資産の価値の変動に伴いプログラムの想定元本を頻りに調整すれば原資産の価値と為替レートの相関関係如何ではその調整そのものが損失の原因となる。予期せぬ損失は原資産の取り崩しにつながり、外貨建て運用資産の利回りに影響を与える。

委託側はカレンシーオーバーレイの導入に際して、このような状況を回避するために、目的が収益の追求なのか、それともリスクの軽減なのかをはっきりとさせ、期間、費用、想定元本決定の規則などの制約条件を十分に検討しなければならない。

一方、カレンシーオーバーレイマネージャーの最大の課題は与えられた制約のもとで目的を達成することである。そのためには工学的な技術が必要となる。また、テイラーメイドのヘッジ戦略を実行するためには精緻なシミュレーション能力が要求される。このような課題を克服するために、統計学や経済学だけではなく、物理学や遺伝子工学等を応用したヘッジ戦略なども用いられている。

ただしどのように優れたカレンシーオーバーレイマネージャーであってもその目的と制約条件が明確でなければ、委託側の要求に合った結果を出すことはできない。そのために、委託側にも確固とした運用政策が要求されるのである。

## ポートフォリオインシュランスの始まり

ポートフォリオインシュランスはカリフォルニア大学バークレイ校のヘイン・リーランド教授によって考え出された。

1976年、カリフォルニア州知事は大学の大幅な研究費の削減を決め、リーランド教授はその解決策を探していたのである。多くの資金を株式に投資していた年金基金は1973-1974年の株価下落の後に、損失を嫌い株式の組み入れ比率を大きく下げていた。その結果1975年の急騰を逃し多大な利益を手に入れないでいたのである。そのことを知ったリーランド教授は年金基金に彼らのポートフォリオを株式下落から守ることができる保険を提供できればビジネスになると考えたのである。同時にマイケル・ブレナンとエドワード・シュワルツは株式にリンクしたライフインシュランスポリシーの価格に関する論文を発表した。そしてその3年前にフィシャー・ブラックとマイロン・ショールズはオプションの価格に関する重要な理論を発表していたのである。

リーランド教授はブラック・ショールズのオプションモデルを徹底的に調べ上げ、ブラックとショールズが用いた無裁定の理論をそのままオプションの複製にも使えることを思いついたのである。ブラックとショールズは動的にオプションの原資産と無リスク資産を動かし、オプションの建玉をポートフォリオ全体として無リスクにできることを展開した。これを逆に実行し、ヘッジ対象資産と無リスク資産を動的に動かすことでオプションを作ることができるのである。このようにしてポートフォリオインシュランスの最も基礎的な部分が完成されたのである。

Leland はポートフォリオインシュランスの買い手として

- 1) 平均的な期待を持っているが、富が平均よりも早く大きくなるとリスクに対する許容能力が大きくなる投資家
- 2) 平均的なリスクに対する許容能力を持っているが平均よりも楽観的な期待を持っている投資家

を上げている。

現在、ポートフォリオインシュランスは年金運用の分野では Insured Asset Allocation として健在であるし、カレンシーオーバーレイの世界でも使われている。実際の現場で採用されている手法は単純な BS モデルを基にしたものからかなりの進化を遂げている。それらの基礎となる概念は 1970 年代にすでに研究され尽くしている。当時発覚した問題をコンピューターの発達により次々と解決している。新しいモデルが開発され、分析手法も終値をベースにした低頻度のデータからティックデータのように時々刻々と変化する高頻度データへとその対称を移している。実証研究をもとにモデルが開発され、実用化され、そして改良されている。

また、実際に起こった 1987 年の株暴落などを経験して、先物市場ではサーキットブレーカーが導入され、市場そのものが制度として改善されている。ポートフォリオインシュランスの活躍する場はむしろ広がっているといえる。

## 戦略選択のアルゴリズム

情報・市場	非効率的	効率的		
目的	利益追求	リスク管理		
戦略	アクティブ	パッシブ		
制約条件	ダイナミック	スタティック	ダイナミック	スタティック

## 主要なパレンシノーオーバーレイマネージャー 残高の推移

マネージャー	2000	1999	1998	目的	アプローチ
	預かり資産	預かり資産	預かり資産		
	2000	1999	1998		
	US \$	US \$	US \$		
AG Bisset & Co	657	480	345	収益向上	計量分析
Banc One Curr Advisor Management	600			リスクコントロール	計量分析
BNY Overlay Asset Management	2,800	1,540	900	収益向上	計量分析
Bridgewater Management	12,454	7,812	5,864	収益向上	計量分析
Credit Suisse Asset Management	3,372	2,860		リスクコントロール	計量分析
Currency Management			57		
First Chicago		205		リスクコントロール	計量分析
First Quadrant	11,008	10,495	488	収益向上	計量分析
FX Concepts	4,339	3,650	3,800	収益向上	計量分析
Geacorp Ireland	165	165	160	収益向上	計量分析
Gartmore IM		305	709	リスクコントロール	計量分析
GK IM			3,100		
Goldman Sachs	10,100	11,700	6,400	収益向上	ジャッジメンタル
JP Morgan IM	25,823	24,700	21,207	リスクコントロール	計量分析
Lee Overlay Partners				収益向上/リスクコントロール	計量分析
Macquarie IM			789		
Overlay Asset Management	765	700		リスクコントロール	計量分析
PanAgora AM			1,600		
Pareto Partners	28,040	26,223	23,632	リスクコントロール	計量分析
Potomac Babson			29		
Record Treasury Management	5,976	4,370	3,628	リスクコントロール	計量分析
Rothschild Asset Management	2,900	1,121	3,699	リスクコントロール	ジャッジメンタル
State Street Bank	9,300	2,514	4,000	リスクコントロール	計量分析
State Street GA		6,579	7,510	収益向上	計量分析

出所: Investment &amp; Pension Europe September, 1998, 1999, 2000

投資対象となる危険資産に対して、定められた期日に損失が出ないように保険の機能を含んでいる戦略をポートフォリオインシュランスとすると、それを実行するためには以下の戦略が考えられる。

### **オプションペイオフの複製**

投資対象となる危険資産と安全資産の比率を常に変化させ満期時に目的となるオプションのペイオフを作り出す戦略である。ポートフォリオ全体では危険資産と安全資産が含まれていて、その比率は危険資産の価値と時間によって変化していく。危険資産のコールオプションを複製するのが普通である。これは危険資産の価値の上昇を享受し、価値が下落すると、その下落から、ポートフォリオ全体の資産価値を守ることが目的である。コールの複製では危険資産の価値の上昇と共に危険資産の建て玉を増やし、下落時には手仕舞う戦略である。カレンシーオーバーレイでは原資産すべてがすでに危険資産であるので、先物などを用いて、ブットオプションを複製することになる。

### **損失限定の戦略(ストップロス戦略)**

ストップロス戦略とはオプションのペイオフの複製を目的とするが、そのヘッジ比率の変更の度合いは、すべての危険資産をヘッジしているか、またはまったくヘッジしていないかのどちらかである。為替レートがヘッジをする水準よりも下落すると、すべてヘッジし、その水準よりも高くなるとヘッジをはずす戦略である。満期時にヘッジの水準よりも為替レートが高ければ、ヘッジの建て玉は一切持っていないので、為替レート上昇の利益を得ることができる。また、為替レートがその水準よりも低ければ、すべてをヘッジしていることになる。つまり、外貨建て資産の為替リスクを完全に回避することができる。

この戦略は取引費用がゼロで、外国為替がどのような時でも連続して取引でき、かつ金利がゼロの時に成り立つ。このような条件が満たされず、為替レートがヘッジの水準の近辺を行き来すれば、取引費用がかさみ、大きな損失につながる。

### **ブットオプションの購入**

上場、または店頭オプションが購入できるのであればポートフォリオインシュランスは簡単に作ることができる。ヘッジ対象となる資産を原資産とするブットオプションを購入すればよいのである。ただし、この場合購入のタイミングによって金利やインプライドボラティリティーの異常により非常に高価なオプションを購入する可能性があり、カレンシーオーバーレイのような長期的な戦略では機会分散は重要である。この戦略は最も基本的な静的ヘッジである。

### **短期の上場オプションのロールオーバー**

上場または店頭の短期のオプションを購入し、それを満期まで買いつないで行けば長期のオプションを複製することができる。短期のオプションを単に買い続けたのでは非常に高価な長期のオプションを複製することになる。ただし、特定の一時点で長期のオプションを買う戦略よりもヘッジ機会分散は可能で、一時期の高いインプライドボラティリティーで長期間ヘッジする可能性はなくなる。しかし、ボラティリティーの変動、金利の変動から開放されたわけではなく、将来のヘッジ費用の不確実性が残る。これはオプションによるオプションの動的ヘッジである。

### **曲線ペイオフ(General Insurance Policies)**

100%のフロアーを持った戦略が常に投資家の効用を最大にするとは限らない。損失の可能性が大きければ、そのための保証に対する要求も強くなる。このような投資家を満足させる戦略がGeneral Insurance Policiesである。ポートフォリオは全部が100%保護される必要が無く、0%の損失から25%の損失までが等分に許されているとしたら、ストライクプライスが100%、95%、90%、85%、80%、75%のオプションを6分の1ずつ購入すれば良いことになる。このような曲線のペイオフは幾つものオプションを購入しなくても機械的に定められた規則に則って取引することで複製することができる。このような戦略の最も一般的なものとしてCPPI(Constant Proportion Portfolio Insurance)がある。General Insurance Policiesの最大の利点は投資家の効用を最大化することであるが、ただし、この複製戦略にもその他の戦略と同じように将来に対する不確実性の問題が存在する。

#### 参考文献

Black, F., and Scholes, M. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy* 81, (1973), 637-654 (May-June)

M.J. Brennan and E.S. Schwartz. "The Pricing of Equity-Linked Life Insurance Policies with an Asset Value Guarantee." *Journal of Financial Economics* 3 (1976), 195-213

M.J. Brennan and R. Solanki. "Optimal Portfolio Insurance", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 16, (1981), 279-300

J. Hull and A. White. "Hedging through the Cap: Implications for Market Efficiency, Hedging, and Option Pricing," *International Options Journal*, 4 (1987), 17-22

Hayne E. Leland "Who should buy portfolio insurance?" *The Journal of Finance*, May (1980)

Donald L. Luskin, "Portfolio Insurance A Guide to Dynamic Hedging", 1988, John Wiley & Sons

Mark Rubinstein. "Alternative Paths to Portfolio Insurance", *Financial Analysts Journal*, (1985) July-August

## オプション複製の例

主要国の外国為替は1973年にはブレトンウッズ体制によって維持されてきた固定相場制を完全に放棄し、変動相場制に移行した。移行当時の為替レートは現在の値動きとはまったく違うものであるが、1972年当時の為替レートを用いて、デルタヘッジがどのように機能するかを検証する。

シミュレーションでは期間を3ヶ月、1年、5年とし、シミュレーションの始めの日の為替レートを権利行使価格とし、ボラティリティーはヘッジ期間の日々の為替レートを用いて算出している。取引費用、売買スプレッドはゼロとし、デルタの再調整は3通りの方法で行った。1. NYの終値を用いて毎日調整する；2. デルタが10%動いたところで調整する；3. 価格が10%動いたところで調整する。取引金額に制限はないと仮定する。28年程度のデータを用いて5日ずつ開始日をずらしていくので1400以上のシミュレーションを行うことになる。(これ以外のシミュレーションでは取引費用は0.002%とする)また、この結果をより正確に見るためにシミュレーションの期間ボラティリティーを用いた理論値とシミュレーションの結果を比較している。また、その理論値と実際のシミュレーションの結果がどれくらいの割合で違っているかを見るためにQ Ratio = (実績値 - 理論値) / 理論値を算出している。

シミュレーション結果は下表のようになりQRatioがゼロでないので、理論と実際の間にはかなりのばらつきがある。このばらつきの原因として、

- 満期までの期間でボラティリティーが一定でない。
- 満期までの期間で無リスク金利が一定でない。
- 取引費用と売値と買値の間に差がある。
- 連続して取引されていない。

などが考えられる。BSモデルは非常に柔軟性があり、使いやすいといわれているが、このモデルを使いこなすにはそれなりの工夫が必要であり、BSモデルの仮定にそぐわない実際の市場でのそれぞれの要素の影響はかなり大きい。

## 実際の市場の性質

- 1) 価格変動性は一定では無く時間と共に変化し、将来の価格変動性を予測することは難しい。
- 2) 金利は一定では無く時間と共に変化し、将来の金利を予測することは不可能である。
- 3) 証券価格は連続して取引されているわけではなく、非連続的であり、時にはジャンプする時もある。
- 4) 取引には取引費用が必要である。また、売値と買値は同じではなくこの2つの価格には差がある。
- 5) 為替レートの分布はファットテイルであり、この性質はあらゆるタイムスケールで維持される。
- 6) ヘッジ費用は時系列データの順序、価格増分の出てくる順番に大きく影響される。

## 参考文献

Mark B. Garman and Steven W. Kohlhagen "Foreign Currency Option Values" Journal of International Money and Finance (1983),2, 231-237

Hayne E. Leland and M. Rubinstein."Replicating Options with Positions in Stocks and Cash",Financial Analysts Journal, July-August (1981)

John C. Cox, Stephen A. Ross, and Mark Rubinstein. "Option pricing: A simplified Approach",Journal of Financial Economics (1979) September

Maturity	0.25 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
Constant Time	Daily	-0.11(0.72)	-0.07(5.93)
Constant Delta	10%	-0.08(0.77)	-0.13(5.88)
Constant Price	10%	0.16(1.79)	-0.58(5.72)
Full Hedge			-0.51(1.53)

Maturity	1 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
Constant Time	Daily	-0.16(0.91)	-0.65(5.78)
Constant Delta	10%	-0.11(0.93)	-0.83(5.74)
Constant Price	10%	0.09(1.10)	-1.55(5.90)
Full Hedge			-1.99(2.76)

Maturity	5 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
Constant Time	Daily	-0.70(1.17)	-7.61(5.19)
Constant Delta	10%	-0.58(1.11)	-8.31(4.84)
Constant Price	10%	-0.61(1.10)	-8.20(5.14)
Full Hedge			-9.48(3.95)

## ブラックショールズモデルのオプション複製に関する実践的改良

### 1. 不確実性への挑戦

まず一般的に使われるオプション複製によるPIでは、将来の不確実性に対処し、約束されたフロア - を守るために3つの方法が考え出された。

#### ストップロスの利用

原資産と外国為替のヘッジポジションでコールオプションを複製することになるので、複製するオプションはプットオプションである。このプットオプションの複製費用は実際の為替レートの動きに大きく左右される。満期までの金利と先物・フォワードのボラティリティーは当初の予測どおりとはならないことが普通であるため、予測の数値をそのまま使い続けるか、それとも徐々に実際のボラティリティーを調整していくか、それは政策の問題である。どちらにしてもストップロスの場合余剰資金がゼロになった時点で複製を中止し、フルヘッジとする。

#### 複製の個数を調整

実際の先物・フォワードの価格ボラティリティーと金利の状況が当初の予定と異なって推移すれば、オプションの複製に伴う費用は当初の予定どおりにはならない。実際の費用が予定よりも少なければ問題は無いが、費用が予想よりも高くなると運用の停止を招くことになる。複製エラーが大きく費用が予想よりも大きく膨らんでいく場合、複製するオプションの数を減らして調整する方法がある。複製するコールオプションの数を減らすことで複製費用を節約するのである。

#### ストライクプライスを調整

コールの複製個数を一定とし、権利行使価格を変化させながらオプション複製戦略の実際に生じる複製エラーを調整することが可能である。

### 2. 取引費用を考慮したモデル

#### 一定の時間を置いたヘッジ比率の再調整

理想的な市場を想定し、最も直感的に理想的と思えるデルタの再調整を行う方法は1日、1週間、一ヶ月というように一定期間を置いて再ヘッジを行うことである。BoyleとEmanuelは複製のエラーがカイ2乗分布になることを示した。Leland(1985)は取引費用を含んだネガティブガンマのオプションの価値をボラティリティーを調整することで求め、その価値をもとにデルタを計算しヘッジすることを示した。

#### 一定のデルタをおいたヘッジ比率の再調整

現在の建て玉をDelta0、現在のデルタをDeltaとしその差をBとすると

$$B = \text{Delta}0 - \text{Delta}$$

となりBが特定された値を超えた場合にB=0になるようにデルタを調整する場合、WhalleyとWilmottは最適化されたデルタが拡散方程式で求めることができることを示した。

#### ヘッジ比率の再調整を最適化されたデルタのリバランスの幅を用いて行う

デルタの再調整のタイミングを上手く変化させながら効用を最大にすることが可能であることをWhalleyとWilmottは示した。彼らは取引を行わない領域を求める近似式を示した

### 参考文献

- M. Avellaneda and A.Paras. "Dynamic hedging portfolios for derivative securities in the presence of large transaction costs", Applied Mathematical Finance (1994) December Vol1, Number 2
- P.P.Boyle and T.Vorst. "Option replication in discrete time with transaction costs" Journal of Finance, 47, (1992)
- P. Boyle and D.Emanuel, "Discretely adjusted option hedge, Journal of Financial Economics, 8,(1980)
- M.J. Brennan. "The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models." Journal of Finance 34, (1979) 53-68
- S.D.Hodges, and A. Neuberger, "Optimal Replication of contingent claims under transaction costs", Review of Futures Markets, 8, 222-39 (1989)
- T. Hoggard, A.E. Whalley and P. Wilmott "Hedging option portfolios in the presence of transaction costs", Advanced Future and Option Reseach in press
- H.E.Leland. "Option pricing and replication with transaction costs", Journal of Finance, 40, (1985)
- B. Mohamed. "Simulations of transaction costs and optimal rehedging" Applied Mathematical Finance , September Vol 1, Number 1,(1994)
- A.E. Whalley and P. Wilmott "Counting the costs", RISK, 6, 59-66 (1993)
- A.E. Whalley and P. Wilmott Hedging Strategy and Option Valuation Model with Transaction Costs, Mathematical Institute, Oxford University, Oxford (1993)
- A.E. Whalley and P. Wilmott An Asymptotic Analysis of the Davis, Panas & Zariphopoulou Model for Option Pricing with Transaction Costs, Mathematical Institute, Oxford University, Oxford
- P. Wilmott "Discrete charms", RISK, 7, 48-51 (1994)

### 3. 時間に依存しないオプションモデルの開発

## Brennan と Schwartz のモデル

時間の経過にまったく左右されずにフロア - を形成する戦略としては、危険資産と安全資産の組み合わせからなるポートフォリオで、安全資産が生み出す確定された収益がフロア - を形成し、残りの資産を危険資産に投資する手法が一般的である。そのため危険資産が満期にその価値がゼロであろうとも、フロア - を確保することができる。もちろん、時間に依存せずにフロア - を形成する戦略は無数にあるといっても過言ではない。Brennan と Schwartz は時間依存性の無い戦略を総括して議論した。

## 効用を最大化する戦略

## CPPI(Constant Proportion Portfolio Insurance)

CPPIはコンスタントプロポーション戦略の特別な場合であり、オプションの複製技術を用いるポートフォリオインシュランスよりも理論的にも、導入に際しても簡便であることで知られている。その名が示すとおり、CPPIは乗数 $m$ が1よりも大きいコンスタントプロポーション戦略であり、この乗数 $m$ はヘッジ期間中何時でも一定である。t時点でのクッションを $CH_t$ とするとヘッジ比率 $HR_t$ は以下の式で与えられる。

## CHPI(Constant Horizon Portfolio Insurance)

CHPIはブラック - ショールズのオプションモデルから時間の概念を取り除いたものである。オプションの複製期間中ブラック - ショールズモデルの $t$ を一定に保つことで、時間によるヘッジ比率への影響を取り除いている。この $t$ はモンテカルロシミュレーションなどを用いて、それぞれの効用を最大にするように選択する。ペイオフは曲線になり、ヘッジ費用は為替レートの推移により変化する。この戦略の最大の利点は満期に近づくにつれガンマが高くなることによる複製エラーを馴染みのあるBSモデルから大きく離れることなく調整できることである。

## PPP(Perpetual Protection Policy)

LelandとRubinsteinは共同でBS型のPIを改善しようと、複製エラーと取引の量に注目し、時間に依存しないモデルを開発した。デルタの再調整の際の複製エラーの均一性と取引量の一定化を計ることでオプション複製費用の見積りの正確さを期し、実用性に富むモデルを作り上げようとした。

## 参考文献

- F.Black and R.Jones, "Simplifying Portfolio Insurance", Journal of Portfolio Management, Fall (1987)  
 A.F.Perold, "Constant Proportion Portfolio Insurance", Harvard Business School, Working Paper, August (1986)  
 M.J.Brennan and R. Solanki, "Optimal Portfolio Insurance" Journal of Financial and Quantitative Analysis, September (1981)  
 Donald L. Luskin, "Portfolio Insurance A Guide to Dynamic Hedging", 1988, John Wiley & Sons

## 4. 連続した行使価格を持つオプション

非連続的なストライクプライスを持つオプションは複製が非常に難しい。普通のオプションでも権利行使日が近づくにつれ、価格がストライクプライスに近ければ、かなり高いガンマとなり、売り買いを頻繁に行わなければならない。そのため大きな複製エラーを生じる原因となる。また、ダウン・アンド・アウトやアップ・アンド・インのようなカレンシーオーバーレイに有効であると思われるKnock-in / Knock-outオプションの複製も難しい。なぜならKnock-in / Knock-outオプションでは、オプションの有効期間中にバリアに接しなければ、普通のオプションと同じであるが、一度でもバリアに接するとそのオプションは消滅、または出現するためその近辺でガンマが異常に高くなるからである。この解決方法の1つとして、連続したストライクプライスを持つオプション(continuous strike options: CSOs)がある。

## 参考文献

- Ian Hart and Michael Ross "Striking continuity" Risk Vol 7 No 6 June (1994)

## 5. オプションのオプションによる複製

リスク管理型のカレンシーオーバーレイは期間も長く、その期間中の金利の動向、価格変動の推移、最終的な為替レートの水準などを正確に予測することは難しい。また、実際のオプション複製では理論どおりの連続した外国為替の取引は不可能であり、取引費用の問題も存在する。さらに、外性的なショックにより、一時的に予測変数が見込まれた値から大きく外れてしまうこともある。このような状況で正確に目的とするオプションを複製することは容易なことではない。もともと上場オプションの存在理由は市場が理想どおりの効率的な市場ではなく、オプション理論が強調するような無リスクヘッジ戦略を実行することが不可能だからである。超長期の店頭オプションを利用することも考えられる。ただし、この方法にも欠点がある。高い信用力が必要なことと、オプションのプレミアムを前払いしなければならないことである。また、戦略の変更も難しくなる。最も気をつけなければならないのはタイミングの問題である。経済のサイクルの中でオプション費用が高くなるような状態で長期間のヘッジ費用を固定することは効率的な方法ではない。このような不透明な状況で、長期のオプションを複製するには上場オプションのような普通のオプションを組み合わせる極力変動要因、またはリスク要因を排除して目標となるオプションを複製する手法が有効である。

オプションを用いたオプションの複製では、オプション購入時期を分散することで複製費用の平均化が図られる。また、途中で戦略の変更も容易であり、短いオプションを使うことで、売り建てから入る戦略も可能である。許容範囲を超えたりリスクはで

きれば排除することが望ましい。それを可能にするのがオプションのオプションによる複製である。

このような手法は2つに分けることができる。動的複製は一般に普通得られるオプションよりも目標とするオプションが長期の場合に用いられる。特定の基準を設け、その基準に従い建て玉の再調整を行う。一方、静的複製は目標とするオプションを幾つかのオプションを用いて複製し、その後建て玉の再調整は行わない。これは主に高いガンマを持つエキゾチックオプションの複製に用いられる。カレンシーオーバーレイのような長期のオプションの複製にはこの2つを上手く組み合わせ、かつ通常の先物、フォワードによる再調整を組み合わせることが必要である。

#### 参考文献

- Leif Andersen and Jesper Andersen "Static barriers" Risk September (2000)  
 Bowie, Jonathan and Peter Carr. "Statistic Simplicity." Risk vol 7 No.8 August (1994)  
 P.Carr and Andrew Chou, "Breaking Barriers" Risk Vol 10, No.9 September (1997)  
 P.Carr, Kartina Ellis, and Vishal Gupta. "Static Hedging of Exotic Options." Journal of Finance 53, no. 3 (June 1998): 1165-1190  
 Emanuel Derman, Deniz Erbener and Iraj Kani "Static Options Replication" The Journal of Derivatives Summer (1995)

#### 6. 尖度を考慮したBSモデルの改良

BSモデルには2つの大きな特徴がある。それはリスクをゼロにするヘッジ戦略の存在とそのヘッジ戦略が為替レートの収益率(ドリフト率・トレンド)に左右されないということである。ただし、増分の分布が正規分布でなければ、これらの特徴はすべて否定されてしまう。尖度とボラティリティには強い関係があることから、尖度によりBSモデルの を補正する式が考え出された。尖度を用いて擬似インプライドボラティリティ - (IV)を計算しそIVを用いてデルタの補正を行うのである。ただし、このような補正を施したデルタを使用した場合、その複製エラーはむしろ大きくなることが報告されている。シミュレーションを行ったが、ほかの方法に比べ大きな成果は得られなかった。時に、短期のオプション複製では尖度の変化は大きく、そのぶれに対する対策が必要である。

#### 参考文献

- Jean-Philippe Bouchard and Marc Potters, Theory of Financial Risks from statistical physics to risk management, Cambridge University Press, 2000

## 結果

### 取引費用を考慮したモデル

Maturity	0.25 Year		
		Qratio	FX ROR+Put
Constant Time	Daily	0.05(0.87)	-0.31(5.97)
Constant Delta	10%	0.03(0.87)	-0.29(5.91)
Constant Price	10%	0.20(1.80)	-0.64(5.73)
Leland Delta	Daily	-0.18(0.50)	-0.35(5.87)
WM Boundary	$\lambda = 1$	0.06(1.22)	-0.39(6.14)
	$\lambda = 100$	-0.01(0.84)	-0.24(6.29)
WM Delta	Daily	0.03(0.81)	-0.30(6.05)
Full Hedge			-0.51(1.53)

Maturity	1 Year			
			Qratio	FX ROR+Put
Constant Time	Daily		0.18(1.01)	-1.80(5.74)
Constant Delta	10%		0.06(0.07)	-1.38(5.72)
Constant Price	10%		0.19(1.13)	-1.90(5.89)
Leland Delta	Daily		-0.09(0.65)	-1.86(5.72)
WM Boundary	$\lambda = 1$		0.12(1.08)	-1.66(6.60)
	$\lambda = 1.00$		0.00(1.06)	-1.21(6.66)
WM Delta	Daily		0.15(0.99)	-1.78(6.13)
Full Hedge				-1.99(2.76)

Maturity	5 Year			
			Qratio	FX ROR+Put
Constant Time	Daily		0.51(1.11)	-15.14(4.74)
Constant Delta	10%		-0.21(1.11)	-10.58(4.71)
Constant Price	10%		-0.29(1.11)	-10.19(5.06)
Leland Delta			-0.14(0.88)	-14.57(4.73)
WM Boundary	$\lambda = 1$		0.22(0.87)	-13.17(5.14)
	$\lambda = 1.00$		0.22(0.80)	-13.16(4.91)
WM Delta	Daily		0.76(0.97)	-17.29(4.59)
Full Hedge				-9.48(3.95)

## Brennan と Schwartz のモデル

Maturity	0.25 Year			
	c1	c2	$\gamma$	Q Ratio
	0.5	0.5	-0.04	0.05(0.57)
				FX ROR + Put
				0.31(5.97)%
Maturity	1 Year			
	c1	c2	$\gamma$	Q Ratio
	0.5	0.5	-0.04	-0.09(0.97)
				FX ROR + Put
				-0.93(6.73)
Maturity	5 Year			
	c1	c2	$\gamma$	Q Ratio
	0.5	0.5	-0.04	-0.08(0.80)
				FX ROR + Put
				-12.77(5.14)

## C P P I

Maturity	0.25 Year			
m		Q Ratio	FX ROR + Put	Stop%
20		-0.07(2.58)	-0.10(5.61)	62%
<b>Maturity 1 Year</b>				
m		Q Ratio	FX ROR + Put	Stop%
4		-0.03(1.66)	-1.06(3.32)	68%
10		-0.04(1.52)	-1.16(6.52)	73%
20		-0.03(1.64)	-1.20(8.03)	71%
<b>Maturity 5 Year</b>				
m		Q Ratio	FX ROR + Put	Stop%
4		0.36(1.30)	-1.038(6.90)	97%
20		-0.12(1.41)	-1.038(6.90)	100%

## C H P I

Maturity	0.25 Year			
t		Q Ratio	FX ROR + Put	
0.25		0.09(0.92)	-0.38(5.67)	
0.083		0.04(0.92)	-0.29(5.98)	
0.001		0.03(1.83)	-0.20(6.89)	
<b>Maturity 1 Year</b>				
t		Q Ratio	FX ROR + Put	
0.5		0.19(1.03)	-1.81(5.58)	
0.083		0.17(1.14)	-1.69(6.28)	
0.001		0.24(1.46)	1.90(7.19)	
<b>Maturity 5 Year</b>				
t		Q Ratio	FX ROR + Put	
2.5		0.64(1.05)	-15.88(4.52)	
1		1.25(1.10)	-19.43(4.55)	
0.083		2.20(1.41)	-25.01(6.71)	

PPP

Maturity	0.25 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
High Gamma		0.23(3.25)	0.41(7.48)
Middle Gamma		0.39(2.94)	0.15(6.93)
Low Gamma		0.54(3.00)	-0.15(6.5)
Full Hedge			-0.51(1.53)
Maturity	1 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
High Gamma		0.27(1.90)	0.57(7.71)
Middle Gamma		0.48(1.84)	-0.12(7.62)
Low Gamma		0.75(1.86)	-1.15(7.25)
Full Hedge			-1.99(2.76)
Maturity	5 Year		
		Qratio	FX ROR+Put (%)
High Gamma		2.22(1.05)	-7.66(4.46)
Middle Gamma		2.55(1.00)	-9.65(4.52)
Low Gamma		2.85(1.01)	-11.70(4.45)
Full Hedge			-9.48(3.95)

CS0

Maturity	0.25 Year		
S	K	Qratio	FX ROR+Put
10	9.6	0.06(0.92)	-0.38(5.80)
20	20.0	0.03(1.45)	-0.32(5.53)
Full Hedge			-0.51(1.53)
Maturity	1 Year		
S	K	Qratio	FX ROR+Put
10	10.0	-0.01(1.14)	-1.15(6.12)
20	21.4	0.01(1.32)	-1.20(5.64)
Full Hedge			-1.99(2.76)
Maturity	5 Year		
S	K	Qratio	FX ROR+Put
3.5	3.5	0.04(0.81)	-12.25(4.31)
10	12.5	-0.16(0.96)	-11.22(4.81)
Full Hedge			-9.48(3.95)

## 尖度で調整したモデル

Maturity	0.25 Year		
		Qratio	FX ROR+Put
Constant Delta	0.1	-0.22(0.92)	-0.29(5.91)
Full Hedge			-0.51(1.53)
Maturity	1 Year		
		Qratio	FX ROR+Put
Constant Delta	0.1	-0.51(0.71)	-1.34(5.72)
Full Hedge			-1.99(2.76)
Maturity	5 Year		
		Qratio	FX ROR+Put
Constant Delta	0.1	-0.60(0.53)	-1.057(4.69)
Full Hedge			-9.48(3.95)

さまざまなオプションの複製モデルについて調べてきたが、結論として、

- 1) BS オプションモデル、またはその派生モデルは長期のカレンシーオーバーレイには適当でない。
- 2) 短期のオプション複製はどのようなモデルを使っても、うまくいく可能性が高い。
- 4) 短期のオプション複製が比較的良好な結果を齎すことから、ガンマの高いオプションペイオフが良好な成績を残すと考えることが出来る。
- 5) 一般的に曲線のペイオフを持つオプションの複製は金利の影響を除けば、その再現性は高い。
- 6) さまざまな補正をBSモデルに施しても結果に大きな改善が無いことからモデルの前提条件に大きな誤りがあるのではないか？たとえば価格の増分は独立同一分布ではない、またはトレンドが存在するなど。

## トレンドに関する考察

為替市場がランダムウォークをしているのか、それとも何らかの相関を持っているのか、さまざまな議論がなされている。その中で最もオプション複製に影響を与える要素はトレンドである。そこで、実務家の間で利用されているトレンドの把握の仕方を考えてみる。ここではTom DemarkのTD移動平均1<sup>TM</sup>という方法を用いる。この移動平均法の背後にある概念は相場が取引レンジ内で動く傾向を持つ場合は移動平均を表示せずに、一旦価格の突き抜けが発生した場合に移動平均を表示することで、トレンドを形成しない相場では取引をせずに無駄な損失を出さないことである。これはつまり潜在的にトレンドを形成している市場だけを利用するために突き抜けとトレンドの確立の見通しが立てばすぐに作動し、相場の動きがトレンドの継続を確認しない場合、その後すぐにトレードを停止するユニークな移動平均法である。この移動平均の計算法は以下のとおりである。

その前の12取引足のどの安値より大きな安値が形成されたかどうかを決め、それが形成された場合、安値の5取引足移動平均はその後の4取引足にわたり計算される。そして、それに続く安値が前の12取引足の安値より大きければ、



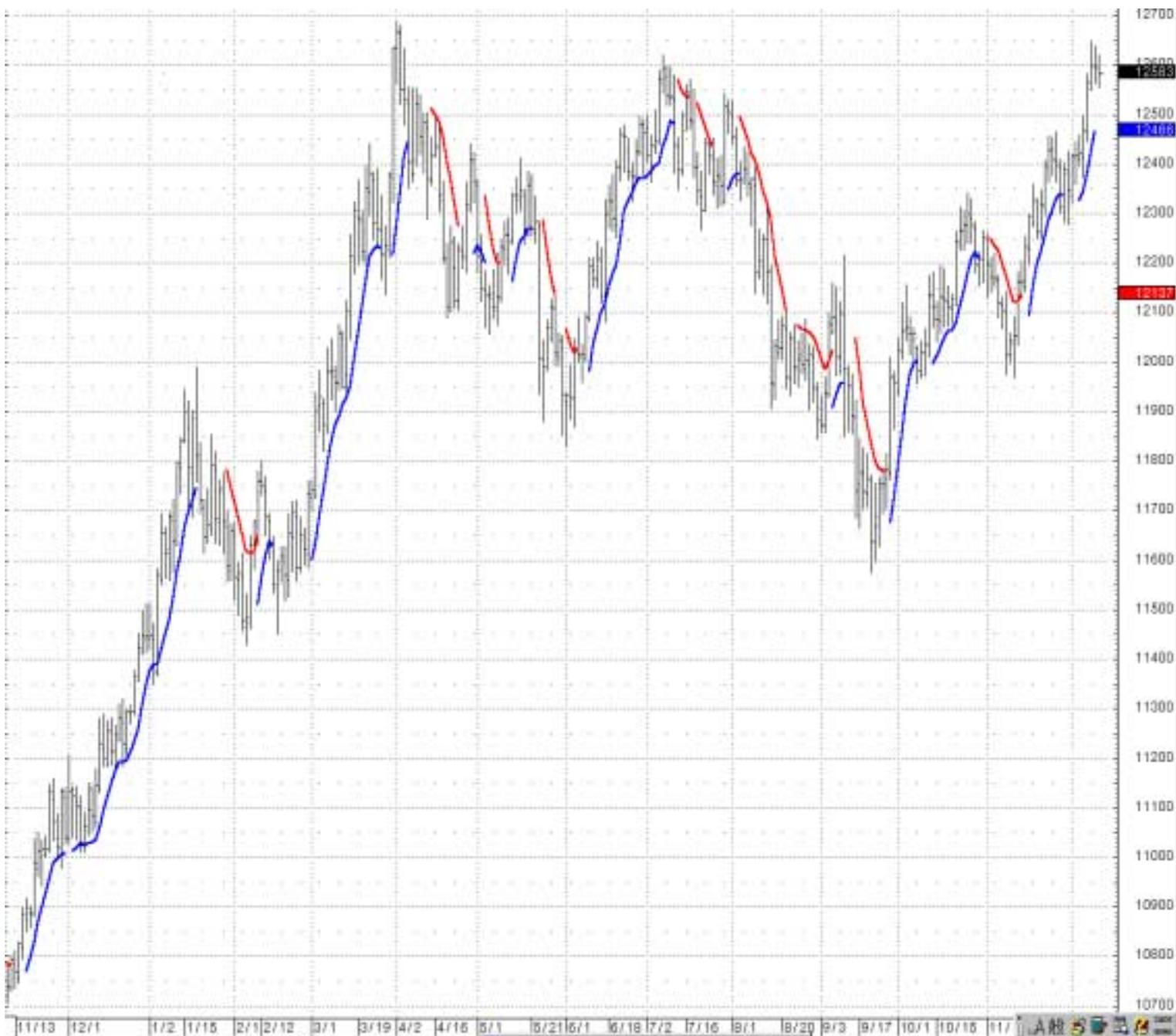
5取引足移動平均の計算は現在の取引足を含む4取引足にわたり継続される。一旦連続した4取引足が、新しい13取引足の安値の高値、つまり前の12取引足のすべての安値より大きな安値が継続することなく終了したならば、その後、安値のTD移動平均は消滅する。高値のTD移動平均は、これを逆にすることで構築される。

以下に週足、日足、6時間足の結果を示している。TD移動平均1<sup>TM</sup>が明確にトレンドともみ合い相場の始まりと終わりを的確に示していることが分かる。これは視覚的に特定の規則を用いてトレンドともみ合いの相場が区別できることを示している。ただし、この移動平均法を用いたとしても高い超過収益が得られることを示しているものではない。それぞれの時間スケールでトレンドの判別が可能であることが見て取れる。

#### 参考文献

Thomas R. DeMark, New Market Timing Techniques, John Wiley & Sons, Inc, 1997

#### 日足のTD移動平均1<sup>TM</sup>





### 値幅測定を用いたトレンドの把握

チャート分析家の中には市場の動きがある特定の値幅で動くことだけに注目して研究している人たちがいる。その人たちはその比率としてフィボナッチ級数などを用いるが、ここではより単純な方法を試みる。

1995年から2001年4月までのティックデータを用い5分足を作り、そのデータをもとに値幅測定を行った。値幅は比率か絶対値が用いられるが、ここでは比率を用いた。比率は0.5、1.0、1.5%である。この値幅で連続して1回から10回まで値幅が同じ方向に動く回数を測定期間を定め計測した。測定期間は5日間と250日間である。これは1週間と1年に相当する取引日である。計測は上昇値幅と下落値幅に分けて行われた。1995年1月2日から25日間と250日間の値幅の動きを分析し始め、次の分析は1日先から始めた。これを2001年4月30日まで行った。また、2000年1月2日から2001年4月30日までについて同じような分析を行った。これらの結果は表1,2,3,4にまとめられている。また、表5に参考として日足のデータを用いた結果をまとめた。

一般的な結果として、連続して2度同じ方向に向かって価格が動くことは稀で、多くの場合一度上昇した値幅はつぎに

はほぼ70%近い確率で反転することが分かった。ただし、連続して同じ方向にさらに動いた場合、徐々に同じ方向に動く傾向が強くなることが分かる。250日間の5年間にわたる平均値では一度0.5%上昇した値幅は次には65%の確率で反転する。ただし、3回連続して上昇するとつぎに上昇する確率は50%になる。値幅を大きくするとこのような傾向は強くなる。また、表5に示されているように日足を使った分析ではこの傾向はさらに強くなる。つまり、いろいろな値幅を取ってみるとそれぞれの値幅でレンジ相場とトレンドのある相場を形成していることが直感的に分かる。

表1：250日間の値幅測定、1995年-2001年4月 5分足

	Duration	250	Diff	0.005			
値幅1	0.0050			From	01/02/95	To	04/30/01
値幅2	0.0100			Simulation Period			
値幅3	0.0150			From	01/02/95	To	04/30/01
値幅4	0.0200			NoOfData	473,975		
値幅5	0.0250			NoOfDays	1,647	NoofData pe	288
	124						
	124.62						
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの日安	124.62	125.24	125.87	126.50	127.13	127.77	128.41
値幅	0.0050	0.0100	0.0151	0.0202	0.0253	0.0304	0.0355
上下値幅個数	527	187	85	44	23	13	7
確率(累積)	100%	36%	16%	8%	4%	3%	1%
確率(個別)		36%	46%	51%	52%	59%	56%
上昇値幅個数	267	96	44	22	11	6	4
確率(累積)	51%	18%	8%	4%	2%	1%	1%
確率(個別)		36%	46%	50%	51%	58%	56%
下落値幅個数	261	91	42	22	12	7	4
確率(累積)	49%	17%	8%	4%	2%	1%	1%
確率(個別)		35%	45%	53%	53%	60%	56%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの日安	125.24	126.49	127.76	129.03	130.33	131.63	132.94
値幅	0.0100	0.0201	0.0303	0.0406	0.0510	0.0615	0.0721
上下値幅個数	144	49	23	11	6	3	1
確率(累積)	100%	34%	16%	8%	4%	2%	1%
確率(個別)		34%	47%	49%	49%	53%	44%
上昇値幅個数	73	26	12	6	3	2	1
確率(累積)	51%	18%	8%	4%	2%	1%	0%
確率(個別)		35%	47%	52%	48%	55%	35%
下落値幅個数	71	24	11	5	3	1	1
確率(累積)	49%	16%	8%	4%	2%	1%	0%
確率(個別)		33%	47%	45%	51%	50%	54%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの日安	125.86	127.75	129.66	131.61	133.58	135.59	137.62
値幅	0.0150	0.0302	0.0457	0.0614	0.0773	0.0934	0.1098
上下値幅個数	66	23	10	5	2	1	1
確率(累積)	100%	35%	15%	7%	3%	2%	1%
確率(個別)		35%	42%	48%	47%	54%	67%
上昇値幅個数	34	12	5	3	1	1	0
確率(累積)	51%	18%	8%	4%	2%	1%	1%
確率(個別)		36%	44%	48%	40%	54%	65%
下落値幅個数	32	11	4	2	1	1	0
確率(累積)	49%	17%	7%	3%	2%	1%	1%
確率(個別)		34%	40%	48%	55%	54%	69%

表 2 : 250 日間の値幅測定、2000 年 -2001 年 4 月 5 分足

	Duration	250	Diff	0.005			
値幅1	0.0050			From	01/01/00	To	04/30/01
値幅2	0.0100			Simulation Period			
値幅3	0.0150			From	01/02/95	To	04/30/01
値幅4	0.0200			NoOfData	99,359		
値幅5	0.0250			NoOfDays	346	NoofData pe	287
	124						
	124.62						
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
値幅	0.0050	0.0100	0.0151	0.0202	0.0253	0.0304	0.0355
上下値幅個数	344	119	46	23	12	5	1
確率(累積)	100%	35%	13%	7%	4%	2%	0%
確率(個別)		35%	39%	50%	54%	42%	25%
上昇値幅個数	182	65	27	14	7	3	1
確率(累積)	53%	19%	8%	4%	2%	1%	0%
確率(個別)		36%	41%	51%	53%	39%	36%
下落値幅個数	162	54	20	9	5	2	0
確率(累積)	47%	16%	6%	3%	2%	1%	0%
確率(個別)		33%	37%	47%	57%	47%	13%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
値幅	0.0100	0.0201	0.0303	0.0406	0.0510	0.0615	0.0721
上下値幅個数	85	28	12	6	2	1	1
確率(累積)	100%	33%	14%	7%	2%	1%	1%
確率(個別)		33%	43%	51%	31%	40%	89%
上昇値幅個数	47	17	7	5	2	1	1
確率(累積)	56%	20%	9%	6%	2%	1%	1%
確率(個別)		35%	44%	63%	34%	48%	89%
下落値幅個数	38	11	5	1	0	0	0
確率(累積)	44%	13%	5%	2%	0%	0%	0%
確率(個別)		30%	41%	32%	22%	0%	#DIV/0!
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
値幅	0.0150	0.0302	0.0457	0.0614	0.0773	0.0934	0.1098
上下値幅個数	36	12	5	2	1	1	1
確率(累積)	100%	33%	14%	4%	3%	2%	2%
確率(個別)		33%	43%	31%	58%	82%	89%
上昇値幅個数	21	7	4	1	1	1	1
確率(累積)	57%	20%	10%	4%	3%	2%	2%
確率(個別)		34%	53%	39%	64%	82%	89%
下落値幅個数	15	5	1	0	0	0	0
確率(累積)	43%	13%	4%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		31%	29%	11%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!

表3 : 5日間の値幅測定、1995年 -2001年4月 5分足

	Duration	5	Diff	0.005			
値幅1	0.0050				From	01/02/95	To 04/30/01
値幅2	0.0100				Simulation Period		
値幅3	0.0150				From	01/02/95	To 04/30/01
値幅4	0.0200				NoOfData	473,975	
値幅5	0.0250				NoOfDays	1,647	NoofData pe 288
	124						
	124.62						
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	124.62	125.24	125.87	126.50	127.13	127.77	128.41
値幅	0.0050	0.0100	0.0151	0.0202	0.0253	0.0304	0.0355
上下値幅個数	9	3	1	1	0	0	0
確率(累積)	100%	34%	14%	7%	4%	2%	1%
確率(個別)		34%	43%	49%	52%	54%	55%
上昇値幅個数	4	1	1	0	0	0	0
確率(累積)	48%	16%	7%	3%	2%	1%	0%
確率(個別)		33%	42%	47%	49%	49%	57%
下落値幅個数	4	2	1	0	0	0	0
確率(累積)	52%	18%	8%	4%	2%	1%	1%
確率(個別)		34%	44%	51%	54%	57%	54%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	125.24	126.49	127.76	129.03	130.33	131.63	132.94
値幅	0.0100	0.0201	0.0303	0.0406	0.0510	0.0615	0.0721
上下値幅個数	1	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	100%	29%	12%	5%	2%	1%	1%
確率(個別)		29%	40%	44%	48%	48%	45%
上昇値幅個数	1	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	43%	11%	4%	2%	0%	0%	0%
確率(個別)		26%	38%	39%	26%	10%	0%
下落値幅個数	1	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	57%	18%	7%	4%	2%	1%	1%
確率(個別)		32%	41%	47%	58%	56%	46%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	125.86	127.75	129.66	131.61	133.58	135.59	137.62
値幅	0.0150	0.0302	0.0457	0.0614	0.0773	0.0934	0.1098
上下値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	100%	28%	10%	4%	2%	1%	0%
確率(個別)		28%	35%	42%	46%	46%	50%
上昇値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	37%	8%	2%	1%	0%	0%	0%
確率(個別)		22%	30%	24%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!
下落値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	63%	20%	7%	3%	2%	1%	0%
確率(個別)		31%	37%	48%	54%	46%	50%

表4：5日間の値幅測定、2000年-2001年4月 5分足

	Duration	5	Diff	0.005			
値幅1	0.0050				From	01/01/00	To 04/30/01
値幅2	0.0100				Simulation Period		
値幅3	0.0150				From	01/02/95	To 04/30/01
値幅4	0.0200				NoOfData	99,359	
値幅5	0.0250				NoOfDays	346	NoofData pe 287
	124						
	124.62						
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	124.62	125.24	125.87	126.50	127.13	127.77	128.41
値幅	0.0050	0.0100	0.0151	0.0202	0.0253	0.0304	0.0355
上下値幅個数	5	2	1	0	0	0	0
確率(累積)	100%	33%	11%	5%	3%	1%	0%
確率(個別)		33%	32%	49%	51%	45%	27%
上昇値幅個数	3	1	0	0	0	0	0
確率(累積)	50%	17%	5%	3%	1%	0%	0%
確率(個別)		33%	32%	53%	52%	33%	56%
下落値幅個数	3	1	0	0	0	0	0
確率(累積)	50%	16%	5%	2%	1%	1%	0%
確率(個別)		32%	33%	46%	49%	59%	8%
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	125.24	126.49	127.76	129.03	130.33	131.63	132.94
値幅	0.0100	0.0201	0.0303	0.0406	0.0510	0.0615	0.0721
上下値幅個数	1	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	100%	19%	6%	1%	0%	0%	0%
確率(個別)		19%	30%	15%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!
上昇値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	48%	9%	3%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		18%	29%	17%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!
下落値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	52%	10%	3%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		19%	30%	14%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!
連続回数	1	2	3	4	5	6	7
為替レートの目安	125.86	127.75	129.66	131.61	133.58	135.59	137.62
値幅	0.0150	0.0302	0.0457	0.0614	0.0773	0.0934	0.1098
上下値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	100%	13%	0%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		13%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
上昇値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	40%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		0%	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
下落値幅個数	0	0	0	0	0	0	0
確率(累積)	60%	13%	0%	0%	0%	0%	0%
確率(個別)		22%	0%	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!

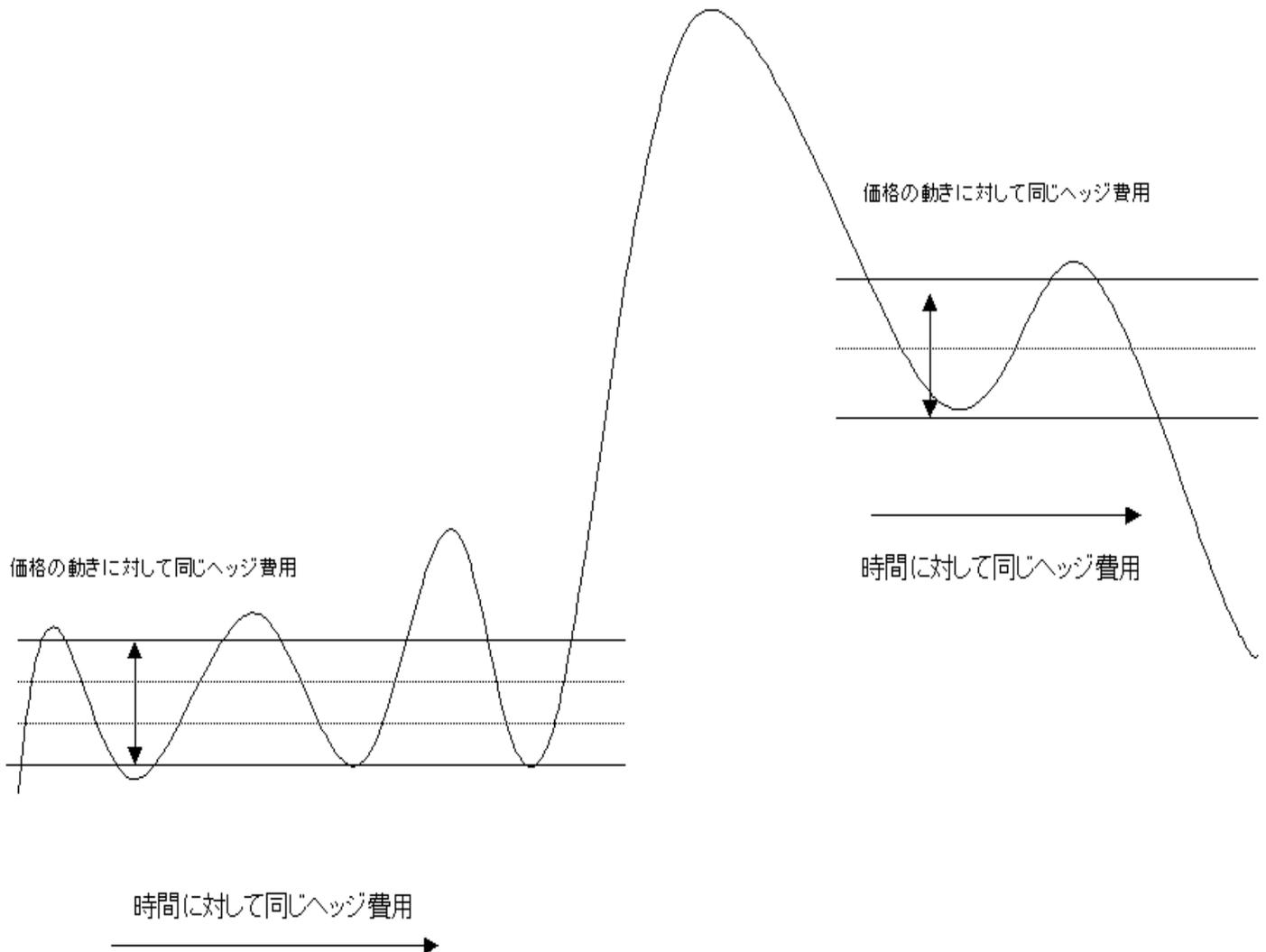
表5 : 250日間の値幅測定、1972年 -2001年8月 日足

Multiplicative							
				Start	1972/1/4		
				End	2001/8/1		
		0.005		No Of Data	7427		
		move1	move2	move3	move4	move5	move6
	move size	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030
	Duration	1250					
		1	2	3	4	5	6
		0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030
Total	780	344	200	131	91	67	50
	100.00%	44.06%	25.68%	16.79%	11.69%	8.53%	6.38%
		44%	58%	65%	70%	73%	75%
Up	390	172	100	66	45	32	24
	50.00%	22.00%	12.83%	8.42%	5.78%	4.17%	3.13%
		44%	58%	66%	69%	72%	75%
Down	390	172	100	65	46	34	25
	50.00%	22.06%	12.85%	8.37%	5.91%	4.36%	3.24%
		44%	58%	65%	71%	74%	74%
		0.010	0.020	0.030	0.041	0.051	0.062
Total	303	126	71	44	31	21	16
	100.00%	41.69%	23.41%	14.47%	10.25%	7.01%	5.19%
		42%	56%	62%	71%	68%	74%
Up	151	63	35	22	16	10	8
	50.01%	20.81%	11.57%	7.20%	5.23%	3.25%	2.48%
		42%	56%	62%	73%	62%	76%
Down	151	63	36	22	15	11	8
	49.99%	20.88%	11.84%	7.27%	5.02%	3.76%	2.71%
		42%	57%	61%	69%	75%	72%
		0.015	0.030	0.046	0.061	0.077	0.093
Total	168	70	38	24	16	11	8
	100.00%	41.58%	22.66%	14.46%	9.60%	6.44%	4.55%
		42%	55%	64%	66%	67%	71%
Up	84	35	19	12	8	5	4
	50.09%	21.01%	11.44%	7.00%	4.58%	3.25%	2.26%
		42%	54%	61%	65%	71%	69%
Down	84	35	19	13	8	5	4
	49.91%	20.56%	11.22%	7.47%	5.02%	3.19%	2.29%
		41%	55%	67%	67%	63%	72%

## 新しい試み

B Sモデルを用いたオプションの複製はパッシブ戦略に分類される。将来の予測を必要とせずとそのときの価格の動きに反応してヘッジ比率を変更していけば目的とするオプションが複製でき、かつアットザマネーのオプションを長期間複製し続け、為替のポジションをヘッジすればフルヘッジと同じ効果が得られるからである。このモデルは5つの変数からなり権利行使価格と満期はオプションの構造を決め、為替レートは日々決まり、そして無リスク金利とボラティリティーは期間中一定であると仮定されている。実際の市場では無リスク金利もボラティリティーも日々変化し、かつそれらの変化そのものは為替レートの変化と同様に複雑な構造をもっている。そのために、B Sモデルによる複

## 図1 BreakOut/In Time Invariant Option Model



製には多くの不都合が存在する。たとえば、このようなオプションの複製は為替レートの動く経路によってその複製費用が変化するが、そのためたとえボラティリティーの推定がうまくいったとしても、予測どおりの複製費用になるとは限らない。また、レンジ相場、トレンドのある相場がどれくらい続くかが分からないために、必要なオプションの満期を把握できないなどの問題が生じる。

これらの問題点の解決策として、以下のようなモデルを開発する。

1. オプション複製に重要な為替レートの動き、外国金利、国内金利、ボラティリティーをそれぞれ独立したモデル

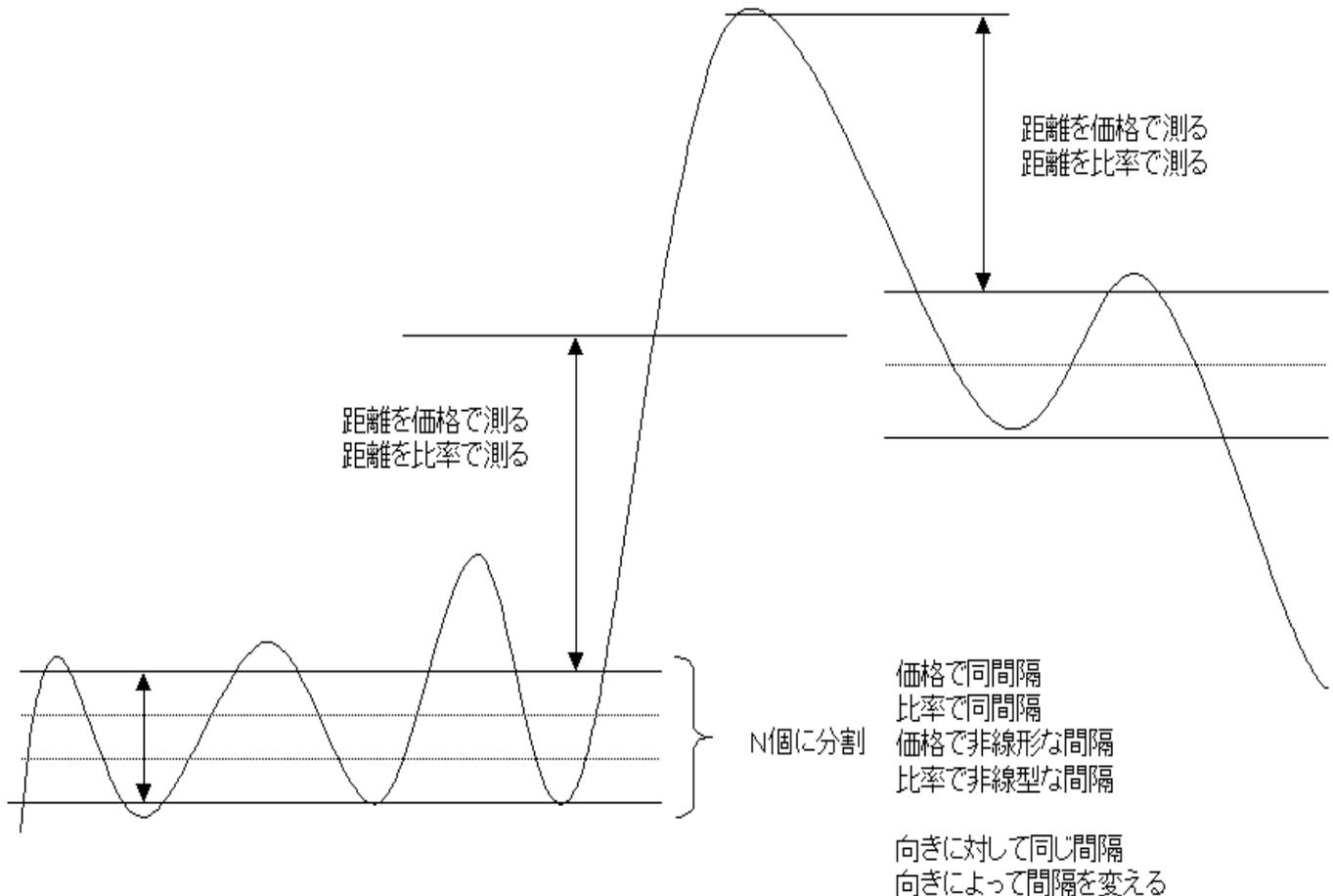
とし、それぞれにおいて細かな調整が可能とする。

2. 満期を設定する必要がない。
  3. 為替の動きと、時間に対して常に公平に同じ複製費用が掛かる。
  4. トレンドとレンジ相場を区別できる
- オプション複製モデルを開発する。

最初の段階として為替レートの動きのみを考慮したモデルを提案する。このモデルにはBSモデルのような時間の概念も、金利も、ボラティリティーも必要ない。実際に必要なものは為替レートの動きだけである。オプション複製には複製費用がかかるが、為替レートが上昇しても、下落しても複製費用は同じになるように設計されている。そのため、為替レートの動きはボラティリティーそのものとなる。限られた時間内には為替レートが大きく上下動すると、その分費用は大きく掛かる。ボラティリティーが高ければオプション複製費用も高くなる。

モデルの概要は以下の図1に示してあるとおりである。一定のレンジに相場があるときはオプションの複製を継続し、それが予め定められたレベルを超えてトレンドを作り始めると、その時点で自動的にオプションの複製は一時的に停止される。つぎに為替レートが山を作りある地点まで下落した時オプションの複製を再び繰り返す。これは正の相関を利用している場合である。この戦略の要素は図2に示してある。これらの要素は過去の為替レートの動きを参考に決定される。また、負の相関を利用する方法として2つのブレイクアウト線の間での分割の仕方がある。自己回帰性が強い場合には大きく分割することは大きなメリットがあり、逆に自己回帰性が小さい時は細かく分割したほうが良い。ただし、これらの分割の仕方にはオプション複製の為替レート単位あたりの費用も大きく影響する。一般にブレイクアウト線の幅を大きく取ると単位あたりの複製費用は安くなる。また、逆にブレイクアウト線の幅を狭くすると単位あたりの複製費用は大きくなる。

## 図2 Breakout/in Time Invariant Option Model



## モデルの検証

### バックテストの結果

シミュレーションは1972年から2001年8月までのドル円の日足のデータを用いて行った。オプション複製の期間は年金運用の基準とされる5年である。取引費用は0.2%とする。フォワードのレートは3ヶ月円金利と米国金利を用いて合成した。ドル円のポジションをフルヘッジすると5年間での平均費用は-12.22%である。これをBreakout/in Time Invariant Optionを用いると8.12%になる。これはドル円の為替レートが明らかにトレンドを持つことを示している。なお、このモデルをモンテカルロシミュレーションを用いて為替レートの収益率の対数が正規分布する乱数を発生させ、そのヘッジ収益率を測定すると、それは金利を考慮しなければ、ゼロになる。

フルヘッジの平均収益	-12.22%
BreakoutTI0の平均収益	8.13%

ガンマを調整し複数バックテストを行うと高いガンマの場合が比較的成績の良いことが分かる。また、ティックデータを用いたバックテストは行っていないため、日足と比べてどのような結果になるかは定かではない。

### 問題点

このオプションモデルではガンマが高ければ高いほど良い成績となるが、それはそのままトレーダーに大きな精神的な負担となる。ガンマが高いことはデルタの再調整を頻繁に行うことになり、再調整は必ず複製費用を発生させるからである。デルタ再調整は高く買って安く売ることの繰り返しになる。このような操作を繰り返せば、モデルにかなりの信頼を寄せていない限り、トレーダーは精神的な負担からこのオプション複製を放棄するであろう。そのため、トレーダーには十分なトレーニングが必要となる。

